

## Предварительные задачи про размерности

АГ5½♦1. Покажите, что  $\dim \mathbb{A}^n = n$ .

АГ5½♦2. Докажите, что максимальный спектр любой  $\mathbb{k}$ -алгебры, конечномерной как векторное пространство над  $\mathbb{k}$ , конечен и выведите отсюда, что любой конечный морфизм имеет не более, чем конечные слои.

АГ5½♦3. Приведите пример регулярного морфизма алгебраических многообразий, не являющегося конечным, но имеющего не более, чем конечные слои.

АГ5½♦4. Пусть  $f(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{k}[x_1, x_2, \dots, x_n]$  — многочлен положительной степени. При каком условии на вектор  $a = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, 1)$  параллельная проекция гиперповерхности  $V(f) \subset \mathbb{A}^n$  в направлении  $v$  на гиперплоскость  $x_n = 0$  является: а) доминантной б) конечной в) сюръективной? г) Покажите, что  $\dim V(f) = n - 1$ .

АГ5½♦5. Докажите что  $\dim_{(x,y)}(X \times Y) = \dim_x X + \dim_y Y$  для любой точки  $(x, y) \in X \times Y$ .

## Отступление о рациональных отображениях

АГ5½♦6. Покажите, что правило  $(t_0 : t_1 : t_2) \mapsto (t_0^{-1} : t_1^{-1} : t_2^{-1})$  продолжается до рационального отображения  $\kappa : \mathbb{P}_2 \dashrightarrow \mathbb{P}_2$ , определённого всюду кроме 3 точек. Найдите эти точки, объясните, как действует  $\kappa$  на тройке прямых, соединяющих эти точки, и опишите  $\text{im } \kappa$ .

АГ5½♦7 (график рационального отображения). Графиком  $\Gamma_\psi \subset X \times Y$  рационального отображения  $\psi : X \dashrightarrow Y$ , определённого на некотором открытом плотном  $U \subset X$ , называется замыкание множества точек  $\{(x, \psi(x)) \in X \times Y \mid x \in U\}$ .

- а) Убедитесь, что график проекции аффинного пространства на его проективизацию представляет собою раздутие  $\mathbb{A}^{n+1}$  в начале координат.
- б) Опишите график квадратичного преобразования из [зад. АГ5½♦6](#) (в частности, опишите слои его проекций на оба сомножителя).

№	дата сдачи	имя и фамилия принявшего	подпись принявшего
1			
2			
3			
4а			
б			
в			
г			
5			
6			
7а			
б			