

МГ 2019♦1. Линейный оператор $F : \mathbb{Q}^2 \rightarrow \mathbb{Q}^2$ имеет матрицу $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$ в базисе из векторов $v_1 = (7, -3)$, $v_2 = (-5, 2)$. Напишите матрицу оператора F в стандартном базисе пространства \mathbb{Q}^2 .

МГ 2019♦2. Решите в поле \mathbb{Q} систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 - 3x_5 = 3 \\ 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 + 5x_4 - 7x_5 = 3 \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 5x_4 + 6x_5 = 6 \\ 3x_1 - 6x_2 + 9x_3 + 5x_4 - 8x_5 = 12 \\ -2x_1 + 5x_2 - 8x_3 - 8x_4 + 11x_5 = 3 \end{cases} \quad \text{и укажите}$$

базисный репер в аффинном пространстве решений.

МГ 2019♦3. Линейный оператор $F : \mathbb{Q}^4 \rightarrow \mathbb{Q}^4$ имеет в стандартном базисе матрицу

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 & -4 \\ -3 & -3 & 10 & 13 \\ 1 & 1 & -6 & -7 \\ -2 & -2 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & -3 & 4 \\ 1 & -3 & -6 & 6 \end{pmatrix}.$$

Выясните, биективен ли он, и если да — напишите матрицу обратного оператора F^{-1} , а если нет — укажите какие-нибудь базисы в образе и в ядре оператора F .

МГ 2019♦4. Обозначим через $U, W \subset \mathbb{Q}^4$ наименьшие по включению аффинные подпространства, проходящие через точки $(5, 1, -5, 3)$, $(-12, 18, 29, -18)$, $(11, -5, -17, 10)$, $(3, 3, -1, 1)$ и, соответственно, через точки $(1, 6, 4, -7)$, $(6, 1, -4, -6)$, $(14, -7, -17, -4)$, $(-1, 8, 6, -5)$. Найдите $\dim U$, $\dim W$ и $\dim U \cap W$ или докажите, что $U \cap W = \emptyset$.