

Сферы, инверсии, сферическая и эллиптическая геометрия.

- ГЛ6♦1. На евклидовой плоскости произвольно заданы четыре различные точки a, b, c, d .
- Всегда ли существует такая инверсия σ , что точки $\sigma(a), \sigma(b), \sigma(c), \sigma(d)$ не коллинеарны и образуют четыре последовательных вершины параллелограмма?
 - Пусть такие инверсии существуют. Могут ли они давать не подобные друг другу параллелограммы $\sigma(a)\sigma(b)\sigma(c)\sigma(d)$?
- ГЛ6♦2 (построение Маскерони). Одним циркулем постройте
- точку, инверсную данной относительно данной окружности
 - инверсный относительно данной окружности образ прямой, проходящей через две данные точки
 - точку пересечения прямых, проходящих через данные две пары точек.
- ГЛ6♦3. Циркулем и линейкой постройте окружность, проходящую через две данные точки и касающуюся данной окружности. Сколько решений имеет эта задача в зависимости от взаимного расположения заданных точек и окружности?
- ГЛ6♦4* (задача Аполлония). Циркулем и линейкой постройте окружность, касающуюся трёх заданных окружностей. Сколько решений имеет эта задача в зависимости от взаимного расположения данных трёх окружностей?
- ГЛ6♦5. Докажите, что следующие свойства двух сфер эквивалентны: (1) квадрат расстояния между центрами равен сумме квадратов радиусов (2) степень центра первой сферы относительно второй равна квадрату радиуса первой сферы (4) касательные гиперплоскости к сферам в некоторой точке их пересечения перпендикулярны (5) касательные гиперплоскости к сферам в каждой точке их пересечения перпендикулярны (6) через центр одной из сфер проходит прямая, пересекающая сферы по гармоническим парам точек.
- ГЛ6♦6. Покажите, что у каждого треугольника на эллиптической плоскости есть единственные вписанная и описанная окружности.
- ГЛ6♦7. Справедливы для сферических треугольников на S^2 теоремы о пересечении
- медиан
 - высот
 - биссектрис?
- ГЛ6♦8. Найдите площадь фигуры, заматаемой на сфере S^2 перпендикулярами ко всевозможным двумерным векторным подпространствам в \mathbb{R}^3 , пересекающим заданный геодезический отрезок длины d на S^2 .
- ГЛ6♦9. Набор точек эллиптической плоскости, в котором все попарные расстояния между точками одинаковы, называется *равносторонним*. Расклассифицируйте с точностью до изометрий все равносторонние наборы из
- 3
 - 4
 - 5
 - 6
- точек.
- ГЛ6♦10. В трёхмерном эллиптическом пространстве \mathbb{E}_3 даны геодезическая ℓ и точка $p \notin \ell$.
- Покажите, что $|p, \ell|_e \stackrel{\text{def}}{=} \min_{x \in \ell} |p, x|_e$ достигается для некоторого $x \in \ell$.
 - Геодезическая ℓ' называется *метрически параллельной*¹ геодезической ℓ , если $|y, \ell|_e$ одинаково для всех $y \in \ell'$. Является ли метрическая параллельность отношением эквивалентности?
 - Опишите все проходящие через p и метрически параллельные ℓ геодезические.

¹Или *параллельной по Клиффорду*.

№	дата	кто принял	подпись
1а			
б			
2а			
б			
в			
3			
4			
5			
6			
7а			
б			
в			
8			
9а			
б			
в			
г			
10а			
б			
в			