

БФ 2019♦1. Выясните, вырождено ли ограничение билинейной формы с матрицей Грама

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 6 & -7 \\ 2 & -6 & 0 & 5 \\ -3 & 7 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

на пространство U решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ -x_2 + x_3 = 0, \end{cases}$$

и если нет, найдите проекцию вектора $v = (5, 8, 5, -19)$ на U^\perp вдоль U .

БФ 2019♦2. Найдите ранг и сигнатуру ограничения квадратичной формы, имеющей в стандартных координатах на \mathbb{R}^4 вид

$$-4x_1^2 - 25x_2^2 - 2x_3^2 - 11x_4^2 + 20x_1x_2 + 4x_1x_3 - 6x_1x_4 - 10x_2x_3 + 16x_2x_4 + 2x_3x_4,$$

на ортогонал к вектору $v = (0, 3, 0, -7)$ относительно поляризации этой формы.

БФ 2019♦3*. Найдите в \mathbb{Q}^3 все изотропные векторы квадратичной формы

$$x_2^2 - 4x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 8x_2x_3.$$

БФ 2019♦4. Существует ли на \mathbb{R}^5 симметричная билинейная форма с главными угловыми минорами

$$\Delta_1 = 0, \quad \Delta_2 = 0, \quad \Delta_3 > 0, \quad \Delta_4 = 0, \quad \Delta_5 < 0?$$

Если да, найдите её ранг, сигнатуру и приведите пример матрицы Грама с такими угловыми минорами.

Если нет, детально объясните, почему.

БФ 2019♦5. Найдите ранг грассмановой квадратичной формы

$$\begin{aligned} &\xi_1 \wedge \xi_2 - 5\xi_1 \wedge \xi_3 + 4\xi_1 \wedge \xi_4 + \xi_1 \wedge \xi_6 + \xi_2 \wedge \xi_3 - 2\xi_2 \wedge \xi_4 + 2\xi_2 \wedge \xi_5 - \\ &- \xi_2 \wedge \xi_6 + 6\xi_3 \wedge \xi_4 - 10\xi_3 \wedge \xi_5 + 3\xi_3 \wedge \xi_6 + 8\xi_4 \wedge \xi_5 - \xi_4 \wedge \xi_6 - 2\xi_5 \wedge \xi_6, \end{aligned}$$

приведя её к нормальному виду Дарбу.