

- К1♥1-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, -1)$, $B = (-5, 3)$, $C = (4, 1)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины B , и найдите расстояние от вершины A до этой высоты.
- К1♥1-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x + y + z = 3$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(3, 3, 1)$ и $(-1, -2, -1)$?
- К1♥1-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $x + 2y = 1$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $2x + z = 3$, лежащей в плоскости XOZ .
- К1♥1-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (1, -1)$, $B = (3, 3)$, $C = (-4, 2)$. Точки M и N лежат на диагоналях AC и BD так, что $|AM| : |MC| = |BN| : |ND| = 1 : 2$. Найдите длину $|DM|$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥1-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длину медианы CM треугольника $\triangle A_1 D_1 C$ и величину $\angle C M D_1$.

- К1♥2-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-3, -1)$, $B = (1, 3)$, $C = (2, -2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины D на диагональ AC , и выясните, какой угол он составляет с осью OX .
- К1♥2-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость XOY по прямой $y = 3x$, а координатную плоскость XOZ по прямой $z = 2x$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $x = y - 1 = (z - 2)/2$?
- К1♥2-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, 1, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, 0, 0)$, и прямой, проходящей через точку $(-1, -1, -1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (0, 1, 2)$.
- К1♥2-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/4$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите площадь $\triangle AMN$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥2-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, -1, 1)$, $B = (0, 3, 3)$, $C = (3, 0, 3)$, $D_1 = (3, 3, 0)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1 C_1}$, $\vec{C_1 B}$ и $\vec{B D}$.

- К1♥3-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-4, -1)$, $B = (1, 3)$, $C = (2, -2)$. Напишите уравнение медианы, опущенной из вершины B , и определите в какой точке и под каким углом она пересекает ось OY .
- К1♥3-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -2$, ось OY — при $y = 2$, а ось OZ — при $z = 5$, пересекает прямую, проходящую через точку $(1, 1, 1)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (-1, -2, -1)$?
- К1♥3-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $x/3 = y = z/2$ и $(x + 1)/3 = (y - 1)/2 = (z + 2)/6$.
- К1♥3-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (-1, 1)$, $B = (-3, -3)$, $C = (2, 4)$. Точка M лежит на стороне CD так, что $|CM| : |MD| = 1 : 2$, точка N — середина отрезка AM . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥3-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AD| = 1$, $|DD_1| = 3$, $|CD| = 2$, $\angle ADD_1 = \pi/2$, $\angle CDD_1 = \pi/3$, $\angle ADC = \pi/4$. Точка M — середина отрезка AC , а точка N — середина отрезка BC_1 , Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle M N D_1$.

- К1♥4-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (0, -5)$, $B = (-4, 1)$, $C = (3, -1)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину D и середину стороны AB и найдите расстояние от этой прямой до вершины C .
- К1♥4-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x + 2y + 3z = 6$ пересекается с прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$?
- К1♥4-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AB и CD , где $A = (3, 2, 0)$, $B = (2, 3, 0)$, $C = (0, 1, 3)$, $D = (0, 3, 1)$.
- К1♥4-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 2$, $|BD| = 6$ и угол между ними $\angle COD = \pi/4$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle DMN$.
- К1♥4-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, -1, 1)$, $B_1 = (0, -3, 3)$, $C_1 = (-3, 0, 3)$, $D_1 = (-3, 3, 0)$. Найдите длину $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C}$, $\overrightarrow{C_1 A}$ и $\overrightarrow{B D_1}$.

- К1♥5-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (2, -2)$, $B = (-1, 5)$, $C = (6, 4)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне AC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую AB .
- К1♥5-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(-1, 2, 1)$ параллельно векторам $\vec{u} = (1, 1, 0)$ и $\vec{v} = (1, 0, 1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(3, 2, -6)$?
- К1♥5-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $x - y + z = 2$ и $z + y = 3$ и осью OX .
- К1♥5-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B, D , и C имеют координаты $B = (1, -1)$, $D = (-3, 3)$, $C = (-4, -3)$. Найдите длины высот AM и AN и площадь $\triangle MAN$.
- К1♥5-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длины диагоналей DB_1 и CA_1 и углы между ними.

- К1♥6-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-3, -2)$, $B = (-1, 3)$, $C = (5, 5)$. Напишите уравнение диагонали BD и найдите расстояние от вершины C до этой диагонали.
- К1♥6-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -3$, ось OY — при $y = -2$, а ось OZ — при $z = 5$, пересекает прямую, проходящую через точки $(1, 2, 0)$ и $(0, -2, -1)$?
- К1♥6-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $(x+1)/2 = 3(y-1) = z$ и прямой $y = 2z + 1$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥6-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на диагонали BD такова, что $|BM| : |MD| = 2 : 3$, а точка N — середина стороны CD . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥6-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $C = (2, -1, 2)$, $A_1 = (0, 4, -4)$, $B_1 = (4, 0, -4)$, $D_1 = (4, -4, 0)$. Найдите длину диагонали BD_1 и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C_1}$, $\overrightarrow{C_1 D_1}$ и $\overrightarrow{B D_1}$.

- К1♥7-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-3, 1)$, $B = (-1, 5)$, $C = (3, -3)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AC из вершины B .
- К1♥7-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(1, -1, 0)$, $(-1, 1, 1)$, $(0, -1, 1)$, пересекается с осью OY ?
- К1♥7-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(1, 1, 0)$ и $(0, 0, 1)$, и прямой $x/3 = 2y = z - 2$.
- К1♥7-4.** Найдите периметр и площадь параллелограмма с вершинами в серединах сторон параллелограмма $ABCD$, если A , B , и C имеют координаты $A = (7, -1)$, $B = (-3, 3)$, $C = (3, -5)$.
- К1♥7-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длину медианы $A_1 M$ в $\triangle A_1 BD$ и угол $\angle A_1 MB$.

- К1♥8-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-4, 1)$, $B = (1, 3)$, $C = (4, 4)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AD и BC и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥8-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x - y + 2z = 4$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(-1, -2, 3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -2, 3)$?
- К1♥8-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OX и линией пересечения плоскостей $2x - y = 1$ и $x - 2z = 1$.
- К1♥8-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне AD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите длину высоты DH в треугольнике $\triangle DMN$.
- К1♥8-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и известны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $C = (1, 3, 5)$, $B_1 = (3, 5, 1)$, $D_1 = (5, 3, 1)$. Найдите величину $\angle C_1 OB$ и объём тетраэдра $OBCC_1$.

- К1♥9-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-3, -3)$, $B = (-7, 1)$, $C = (2, -1)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины C до этой высоты.
- К1♥9-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y - z = 1$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(2, 1, 1)$ и $(-1, -2, -1)$?
- К1♥9-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $x - y = 1$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $3z + 2y = 4$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥9-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (-2, 2)$, $B = (0, 3)$, $C = (5, -1)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 3 : 2 : 3$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и длину $|MN|$.
- К1♥9-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 4$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длины векторов $\vec{A_1 C}$ и $\vec{B D_1}$ и угол между ними.

- К1♥10-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (3, 1)$, $B = (-1, -3)$, $C = (-2, 2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на диагональ BD , и выясните, какой угол он составляет с осью OX .
- К1♥10-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость XOY по прямой $2y = x$, а координатную плоскость YOZ по прямой $z = 4y$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $(x + 2)/2 = y = (z - 1)/3$?
- К1♥10-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, -1, 0)$ вдоль вектора $\vec{v} = (0, 1, 1)$, и прямой, проходящей через точку $(3, 2, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -1, 0)$.
- К1♥10-4.** В параллелограмме $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 5$, $|BD| = 3$ и величина угла $\angle AOD = \pi/4$ между ними. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите длины $|AM|$ и $|AN|$ и величину $\angle MAN$.
- К1♥10-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 1, 1)$, $B = (-5, 3, -3)$, $C = (3, -5, -3)$, $D_1 = (3, -3, -5)$. Найдите объём тетраэдра $ACB_1 D_1$ и площадь $\triangle AB_1 C$.

- К1♥11-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, -4)$, $B = (4, 0)$, $C = (-2, 2)$. Напишите уравнение медианы AM , опущенной из вершины A , и определите в какой точке и под каким углом прямая AM пересекает ось OX .
- К1♥11-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 3$, ось OY — при $y = -1$, а ось OZ — при $z = 2$, пересекает прямую, проходящую через точку $(-1, 1, -1)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (2, 2, 1)$?
- К1♥11-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(x + 1)/2 = (y - 1)/3 = -z$ и $x = (y + 1)/2 = (z - 1)/3$.
- К1♥11-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, C , и D имеют координаты $A = (-1, 4)$, $C = (-3, 3)$, $D = (5, -2)$. Точки M и N делят диагональ AC в отношении $|AM| : |MN| : |NC| = 2 : 2 : 1$. Найдите длину высоты MH в треугольнике $\triangle BMN$.
- К1♥11-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|CC_1| = 3$, $|A_1 D_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/2$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длины диагоналей DB_1 и AC_1 и углы между ними.

- К1♥12-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (5, 0)$, $B = (1, 4)$, $C = (-1, -3)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину C и середину стороны AD и найдите расстояние от этой прямой до вершины B .
- К1♥12-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x - y - 2z = 6$ пересекается с прямой $\frac{x}{3} = \frac{y + 1}{6} = \frac{z + 3}{2}$?
- К1♥12-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AC и BD , где $A = (-3, -2, 0)$, $B = (-2, -3, 0)$, $C = (0, -1, -3)$, $D = (0, -3, -1)$.
- К1♥12-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на стороне CD такова, что $|CM| : |MD| = 3 : 1$. Найдите площадь $\triangle AMD$ и величину $\angle AMD$.
- К1♥12-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $B_1 = (0, 5, 3)$, $C = (5, 0, 3)$, $D_1 = (5, 3, 0)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1 C_1}$, $\vec{C_1 B}$ и \vec{BD} .

- К1♥13-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-2, -2)$, $B = (5, 1)$, $C = (6, -7)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне BC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую AB .
- К1♥13-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(3, 3, 3)$ параллельно векторам $\vec{u} = (0, 1, -1)$ и $\vec{v} = (-1, 0, 1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(-1, -2, -3)$?
- К1♥13-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $x - 2y - z = 2$ и $3z + y = 6$ и осью OZ .
- К1♥13-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B , C , и D имеют координаты $B = (1, -1)$, $C = (3, 3)$, $D = (-4, 2)$. Точки M и N делят диагонали AC и BD в отношениях $|AM| : |MC| = 2 : 3$ и $|BN| : |ND| = 1 : 2$. Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MNC$.
- К1♥13-5.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 5$, $|AA_1| = 1$. Найдите площадь треугольника $\triangle A_1 C_1 B$ и объём тетраэдра $AD_1 B_1 C$.

- К1♥14-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-2, 3)$, $B = (3, 1)$, $C = (5, -5)$. Напишите уравнение диагонали AC и найдите расстояние от вершины D до этой диагонали.
- К1♥14-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 3$, ось OY — при $y = -2$, а ось OZ — при $z = -5$, пересекает прямую, проходящую через точки $(0, 2, 3)$ и $(-5, -1, 0)$?
- К1♥14-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $-(x - 1)/2 = (y - 1)/3 = 2 - z$ и прямой $2x - y + 1 = 0$, лежащей в плоскости XOY .
- К1♥14-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 5$, $|AD| = 3$, $\angle ABC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 3 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите $|AN|$, $|AM|$ и величину $\angle MAN$.
- К1♥14-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 0, 2)$, $B = (1, 3, 0)$, $C = (0, 1, -4)$, $D_1 = (-1, 3, 2)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём тетраэдра $BC_1 A_1 D$.

- К1♥15-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, 3)$, $B = (5, 1)$, $C = (-3, -3)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AB из вершины C .
- К1♥15-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(-1, -1, 1)$, $(1, 0, 2)$, $(0, -2, -1)$, пересекается с осью OZ ?
- К1♥15-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(-1, 0, 2)$ и $(0, 3, -1)$, и прямой $(2 - x)/2 = 2y/3 = (z + 1)/6$.
- К1♥15-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (3, -1)$, $B = (-5, 3)$, $C = (-4, -2)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 1 : 1 : 4$. Найдите величину $\angle MBN$ и площадь $\triangle MBN$.
- К1♥15-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 5$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/4$. Найдите длины медиан BM и DN в $\triangle A_1 BD$ и угол между ними.

- К1♥16-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (1, 4)$, $B = (3, -1)$, $C = (4, -4)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AB и CD и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥16-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $2x + 3y - z = 6$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(2, -3, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, -1, 2)$?
- К1♥16-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OY и линией пересечения плоскостей $2z + 3y = 6$ и $3z - 2x = 1$.
- К1♥16-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = 2\pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите площадь $\triangle AMN$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥16-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, 1, -1)$, $B_1 = (2, 3, 1)$, $C = (1, 2, 3)$, $D_1 = (3, 1, 2)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём тетраэдра $ACB_1 D_1$.

- К1♥17-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, 1)$, $B = (3, 5)$, $C = (1, -4)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины B до этой высоты.
- К1♥17-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y - 2z = 4$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(1, -3, 1)$ и $(-1, 2, -1)$?
- К1♥17-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $2x + 3y = 12$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $z - 5y = 10$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥17-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (2, -1)$, $B = (-7, 3)$, $C = (4, 2)$. Точка M делит сторону AB в отношении $|AM| : |MB| = 2 : 1$, точка N — середина отрезка DM . Найдите площадь $\triangle CMN$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥17-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 3$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длины векторов $\vec{B_1 D}$ и \vec{AC} и угол между ними.

- К1♥18-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-1, 3)$, $B = (3, -1)$, $C = (-2, -2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на сторону AD , и выясните, какой угол он составляет с осью OY .
- К1♥18-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость YOZ по прямой $3y = 2z$, а координатную плоскость XOZ по прямой $5z = 2x$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $(1-x)/2 = (1-y)/5 = (z+2)/3$?
- К1♥18-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, 3, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (2, 1, -1)$, и прямой, проходящей через точку $(3, -2, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, 1, 2)$.
- К1♥18-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = 3\pi/4$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 5$, а точка N — середина отрезка BM . Найдите длины векторов \vec{CM} и \vec{AM} и величину угла между ними.
- К1♥18-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, -1, 1)$, $B = (0, 3, 3)$, $C = (3, 0, 3)$, $D_1 = (3, 3, 0)$. Найдите объём тетраэдра $AB_1 CD_1$ и длину его высоты CH .

- К1♥19-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, 2)$, $B = (4, 7)$, $C = (5, 1)$. Напишите уравнение медианы CM , опущенной из вершины C , и определите в какой точке и под каким углом прямая CM пересекает ось OY .
- К1♥19-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 5$, ось OY — при $y = -4$, а ось OZ — при $z = 1$, пересекает прямую, проходящую через точку $(2, 1, 0)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (-1, 1, -1)$?
- К1♥19-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(1 - x)/4 = y + 1 = (2z - 4)/2$ и $(x - 1)/3 = (y - 4)/6 = (z - 2)/2$.
- К1♥19-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (-3, 5)$, $B = (5, -3)$, $D = (-4, -6)$. Точки M и N делят стороны AB и BC в отношениях $|AM| : |MB| = 1 : 4$ и $|BN| : |NC| = 3 : 1$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥19-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 3$, $|AA_1| = 1$, $\angle DCC_1 = \pi/2$, $\angle BCD = \pi/2$, $\angle BCC_1 = \pi/2$. Найдите длины диагоналей A_1C и BD_1 и угол между ними.

- К1♥20-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (5, 0)$, $B = (-1, -4)$, $C = (1, 3)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину D и середину стороны BC и найдите расстояние от этой прямой до вершины A .
- К1♥20-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - 2y + 3z + 6 = 0$ пересекается с прямой $\frac{1-x}{3} = \frac{1-y}{2} = \frac{2z-3}{6}$?
- К1♥20-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AB и CD , где $A = (0, 2, 5)$, $B = (0, 5, 2)$, $C = (1, 1, 3)$, $D = (3, 1, 1)$.
- К1♥20-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 3$, а точка N на стороне AD такова, что $|AN| : |ND| = 5 : 3$. Найдите длины векторов \vec{BN} и \vec{CM} и и угол между ними.
- К1♥20-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-2, -3, 1)$, $B = (-3, 1, -2)$, $C = (1, -2, -3)$, $D_1 = (4, -5, 0)$. Найдите объём параллелепипеда, натянутого на векторы \vec{AC} , $\vec{B_1D_1}$ и $\vec{C_1B}$.

- К1♥21-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (5, 1)$, $B = (2, 8)$, $C = (9, 7)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне BC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую AB .
- К1♥21-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(1, 4, 1)$ параллельно векторам $\vec{u} = (2, 1, 1)$ и $\vec{v} = (0, -2, -1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(-6, -4, 12)$?
- К1♥21-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $-x + y + z = 2$ и $x + y - z = 3$ и осью OZ .
- К1♥21-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (2, 6)$, $B = (-8, 3)$, $C = (5, -1)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MC| = 3 : 2$, а $|AN| : |NC| = 4 : 1$. Найдите площадь $\triangle BMN$ и длину $|MN|$.
- К1♥21-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 4$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/3$, $\angle A_1AD = \pi/2$. Найдите длины векторов $\vec{AC_1}$ и $\vec{B_1D}$ и угол между ними.

- К1♥22-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (0, 1)$, $B = (2, 5)$, $C = (8, 8)$. Напишите уравнение диагонали BD и найдите расстояние от вершины A до этой диагонали.
- К1♥22-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 3$, ось OY — при $y = -3$, а ось OZ — при $z = 5$, пересекает прямую, проходящую через точки $(1, 1, 1)$ и $(0, -2, -5)$?
- К1♥22-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $(x + 1)/2 = (1 - y)/3 = z$ и прямой $5y + x - 3 = 0$, лежащей в плоскости XOY .
- К1♥22-4.** Найдите периметр и площадь параллелограмма с вершинами в серединах сторон параллелограмма $ABCD$, если A, B , и C имеют координаты $A = (-1, 7)$, $B = (-2, 11)$, $C = (3, -15)$.
- К1♥22-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 4$, $|AA_1| = 6$, $\angle BAD = \pi/4$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длину медианы $C_1 M$ в $\Delta C_1 B D$ и угол $\angle C_1 M B$.

- К1♥23-1.** Вершины ΔABC имеют координаты $A = (0, 4)$, $B = (2, 8)$, $C = (6, 0)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AC из вершины B .
- К1♥23-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(4, -1, 0)$, $(-1, 0, 4)$, $(0, -1, 2)$, пересекается с осью OZ ?
- К1♥23-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(3, 1, 0)$ и $(1, 0, 3)$, и прямой $(x + 2)/3 = 2(1 - y) = (z + 2)/2$.
- К1♥23-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (3, -2)$, $B = (-1, 5)$, $C = (-4, -6)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 3 : 2 : 3$. Найдите длину $|BM|$ и величину $\angle MBN$.
- К1♥23-5.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 3$, $|AD| = 2$, $|AA_1| = 5$. Найдите объём тетраэдра $BA_1 C_1 D$ и длину его высоты DH .

- К1♥24-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-6, -1)$, $B = (-1, 1)$, $C = (2, 2)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AD и BC и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥24-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y + 2z = 6$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(1, -2, 3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, 2, -3)$?
- К1♥24-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OZ и линией пересечения плоскостей $2x - 5y - 10 = 0$ и $3x - 2z + 6 = 0$.
- К1♥24-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 4$, $|AD| = 3$, $\angle DAC = \pi/2$. Точка M на диагонали BD такова, что $|BM| : |MD| = 1 : 3$, а точка N — середина стороны CD . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥24-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $C_1 = (2, -1, 2)$, $A = (7, 4, -4)$, $B = (4, 7, -4)$, $D = (4, 7, 0)$. Найдите длину диагонали $A_1 C$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы \vec{BD}_1 , \vec{BC}_1 и \vec{BA}_1 .

- К1♥25-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, 1)$, $B = (5, -3)$, $C = (-4, -1)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины C до этой высоты.
- К1♥25-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x + y - 2z + 18 = 0$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(-2, 3, -1)$ и $(1, -2, 3)$?
- К1♥25-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $2x - y + 5 = 0$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $2x + 3z = 6$, лежащей в плоскости XOZ .
- К1♥25-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B , D , и C имеют координаты $B = (3, 4)$, $D = (-3, 7)$, $C = (-4, 1)$. Найдите длины высот BM и BN и площадь $\triangle MBN$.
- К1♥25-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и $|AB| = 2$, $|AD| = 2$, $|AA_1| = 5$, $\angle BAD = \pi/4$, $\angle A_1 AB = \pi/2$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длины диагоналей $B_1 D_1$ и AC и углы между ними.

- К1♥26-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-4, -2)$, $B = (0, 2)$, $C = (1, -3)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины D на диагональ AC , и выясните, какой угол он составляет с осью OY .
- К1♥26-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость XOY по прямой $3x + 7y = 0$, а координатную плоскость YOZ по прямой $y + 3z = 0$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $(x + 1)/2 = (y + 2)/3 = (z + 3)/1$?
- К1♥26-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(2, 2, 2)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -2, 1)$, и прямой, проходящей через точку $(-1, 0, 3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (2, -1, 2)$.
- К1♥26-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 2$, $|BD| = 6$ и угол между ними $\angle COD = \pi/4$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 5 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 1$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle DMN$.
- К1♥26-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, 1, 1)$, $B_1 = (-7, 3, 3)$, $C_1 = (3, -7, 3)$, $D_1 = (3, -7, 0)$. Найдите длину CA_1 и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1 C}$, $\vec{C_1 A}$ и $\vec{B D_1}$.

- К1♥27-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-2, -2)$, $B = (3, 2)$, $C = (4, -3)$. Напишите уравнение медианы CM , опущенной из вершины C , и определите в какой точке и под каким углом прямая CM пересекает ось OX .
- К1♥27-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -3$, ось OY — при $y = 1$, а ось OZ — при $z = 2$, пересекает прямую, проходящую через точку $(1, 2, 3)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (-3, -2, -1)$?
- К1♥27-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(x - 1)/2 = (1 - y)/2 = (z + 3)/3$ и $(x + 1)/3 = (y - 2)/2 = -(z + 6)/6$.
- К1♥27-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (5, 1)$, $B = (-3, -3)$, $C = (3, -4)$. Точка M лежит на стороне CD так, что $|CM| : |MD| = 1 : 2$, точка N — середина отрезка BM . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MNA$.
- К1♥27-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AD| = 1$, $|DD_1| = 2$, $|CD| = 3$, $\angle ADD_1 = \pi/2$, $\angle CDD_1 = \pi/4$, $\angle ADC = \pi/2$. Точка M — середина отрезка BD_1 , а точка N — середина отрезка CA . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MA_1 N$.

- К1♥28-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (1, -3)$, $B = (-3, 3)$, $C = (4, 1)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину D и середину стороны AB и найдите расстояние от этой прямой до вершины B .
- К1♥28-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $2x + 3y + z + 6 = 0$ пересекается с прямой $\frac{x}{5} = \frac{1-y}{2} = \frac{1+z}{3}$?
- К1♥28-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AD и BC , где $A = (4, 3, 1)$, $B = (3, 4, 1)$, $C = (1, 2, 4)$, $D = (1, 4, 2)$.
- К1♥28-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 7$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 5 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите угол между векторами \overrightarrow{AN} и \overrightarrow{AN} и их длины.
- К1♥28-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 1, 1)$, $B = (-1, 5, 7)$, $C = (5, 7, -1)$, $D_1 = (7, -1, 5)$. Найдите длину диагонали $A_1 C$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C_1}$, $\overrightarrow{C_1 D}$ и \overrightarrow{DB} .

- К1♥29-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, -4)$, $B = (-2, 3)$, $C = (5, 2)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне AC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую BC .
- К1♥29-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(5, 2, 3)$ параллельно векторам $\vec{u} = (1, 2, 0)$ и $\vec{v} = (2, 0, 1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(1, 2, -3)$?
- К1♥29-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $5x - y + 2z + 2 = 0$ и $z + y + 3 = 0$ и осью OY .
- К1♥29-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , D , и C имеют координаты $A = (1, -1)$, $D = (3, 3)$, $C = (-4, 2)$. Точки M и N лежат на диагонали BD так, что $|BM| : |MN| : |ND| = 3 : 2 : 1$. Найдите длину $|CM|$ и величину $\angle CMN$.
- К1♥29-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $|AA_1| = 5$, $\angle BAD = \pi/2$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длину медианы AM треугольника $\triangle AB_1 C$ и величину $\angle B_1 MD$.

- К1♥30-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (2, -3)$, $B = (3, 1)$, $C = (5, -5)$. Напишите уравнение диагонали BD и найдите расстояние от вершины A до этой диагонали.
- К1♥30-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 4$, ось OY — при $y = -2$, а ось OZ — при $z = -6$, пересекает прямую, проходящую через точки $(1, 2, 3)$ и $(-1, -1, -1)$?
- К1♥30-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $(6 - 2x)/2 = (y + 3)/3 = -(z + 1)/2$ и прямой $5y + 2z + 10 = 0$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥30-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 3$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 1 : 3$, а точка N на стороне AD такова, что $|AN| : |ND| = 3 : 2$. Найдите длины векторов \overrightarrow{BN} и \overrightarrow{CM} и и угол между ними.
- К1♥30-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (2, 3, -1)$, $B = (3, -1, 2)$, $C = (-1, 2, 3)$, $D_1 = (4, -5, 0)$. Найдите объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{AB_1}$, \overrightarrow{BD} и $\overrightarrow{A_1 C_1}$.

- К1♥31-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, 4)$, $B = (5, 2)$, $C = (-3, -2)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону BC из вершины A .
- К1♥31-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(3, -1, 0)$, $(-1, 0, 3)$, $(0, 2, 2)$, пересекается с осью OY ?
- К1♥31-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(1, 1, -1)$ и $(-1, 2, 1)$, и прямой $(x + 7)/2 = 2(y - 3) = (z + 3)/3$.
- К1♥31-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 2$, $|BD| = 6$ и угол между ними $\angle COD = \pi/3$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle DMN$.
- К1♥31-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, -1, 1)$, $B_1 = (0, -3, 3)$, $C_1 = (-3, 0, 3)$, $D_1 = (-3, 3, 0)$. Найдите длину $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C}$, $\overrightarrow{C_1 A}$ и $\overrightarrow{B D_1}$.

- К1♥32-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (1, 4)$, $B = (3, -1)$, $C = (4, -4)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AD и BC и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥32-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x - 3y + 2z + 4 = 0$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(-1, -2, 0)$ вдоль вектора $\vec{v} = (0, -2, 1)$?
- К1♥32-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OX и линией пересечения плоскостей $2x + y + z + 1 = 0$ и $x - y - 2z + 4 = 0$.
- К1♥32-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B, D , и C имеют координаты $B = (1, -1)$, $D = (-3, 3)$, $C = (-4, -3)$. Найдите длины высот AM и AN и площадь $\triangle MAN$.
- К1♥32-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/3$. Найдите длины диагоналей DB_1 и CA_1 и углы между ними.

- К1♥33-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, -5)$, $B = (-3, -1)$, $C = (6, -3)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины B до этой высоты.
- К1♥33-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $2x + y + z = 3$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(1, 3, 1)$ и $(-3, 1, -1)$?
- К1♥33-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $3x + 2z = 1$, лежащей в плоскости XOZ , и прямой $2y - z + 3 = 0$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥33-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на диагонали BD такова, что $|BM| : |MD| = 2 : 3$, а точка N — середина стороны CD . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥33-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $C = (2, -1, 2)$, $A_1 = (0, 4, -4)$, $B_1 = (4, 0, -4)$, $D_1 = (4, -4, 0)$. Найдите длину диагонали BD_1 и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C_1}$, $\overrightarrow{C_1 D}$ и $\overrightarrow{B D}$.

- К1♥34-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (2, -5)$, $B = (6, -1)$, $C = (1, 0)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на сторону AD , и выясните, какой угол он составляет с биссектрисой углов XOY .
- К1♥34-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость YOZ по прямой $3y + 2z = 0$, а координатную плоскость XOZ по прямой $3z + 5x = 0$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $3 - x = (y + 5)/2 = z/3$?
- К1♥34-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(0, 1, -3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (3, 0, -2)$, и прямой, проходящей через точку $(3, -1, 0)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, 1, 2)$.
- К1♥34-4.** Найдите периметр и площадь параллелограмма с вершинами в серединах сторон параллелограмма $ABCD$, если A, B , и C имеют координаты $A = (7, -1)$, $B = (-3, 3)$, $C = (3, -5)$.
- К1♥34-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/4$, $\angle A_1AD = \pi/2$. Найдите длину медианы A_1M в ΔA_1BD и угол $\angle A_1MB$.

- К1♥35-1.** Вершины ΔABC имеют координаты $A = (-1, -4)$, $B = (3, 1)$, $C = (-2, 2)$. Напишите уравнение медианы AM , опущенной из вершины A , и определите в какой точке и под каким углом прямая AM пересекает ось OX .
- К1♥35-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 1$, ось OY — при $y = 2$, а ось OZ — при $z = -3$, пересекает прямую, проходящую через точку $(0, 1, 1)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (5, 4, -1)$?
- К1♥35-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(2 + x)/3 = (1 + y)/5 = z/2$ и $(x + 1)/3 = -(y - 1)/1 = (z + 2)/2$.
- К1♥35-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне AD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите длину высоты DH в треугольнике ΔDMN .
- К1♥35-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ диагонали пересекаются в точке O и известны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $C = (1, 3, 5)$, $B_1 = (3, 5, 1)$, $D_1 = (5, 3, 1)$. Найдите величину $\angle C_1OB$ и объём тетраэдра $OBCC_1$.

- К1♥36-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-5, 1)$, $B = (1, -3)$, $C = (-1, 4)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину A и середину стороны CD и найдите расстояние от этой прямой до вершины B .
- К1♥36-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x + 2y + z = 6$ пересекается с прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{2y-1}{1} = \frac{z-1}{3}$?
- К1♥36-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AB и CD , где $A = (4, -1, 3)$, $B = (3, 0, 2)$, $C = (1, -2, 5)$, $D = (1, 0, 3)$.
- К1♥36-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (-2, 2)$, $B = (0, 3)$, $C = (5, -1)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 3 : 2 : 3$. Найдите площадь ΔDMN и длину $|MN|$.
- К1♥36-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 4$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/3$, $\angle A_1AD = \pi/2$. Найдите длины векторов $\vec{A_1C}$ и $\vec{BD_1}$ и угол между ними.

- К1♥37-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-3, 2)$, $B = (4, -1)$, $C = (3, 6)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне AB , и выясните, в какой точке он пересекает прямую BC .
- К1♥37-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(-1, 5, -1)$ параллельно векторам $\vec{u} = (-1, 1, 0)$ и $\vec{v} = (1, 0, -1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(4, -2, 1)$?
- К1♥37-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $2x - y - z = 2$ и $3z + y = 6$ и осью OY .
- К1♥37-4.** В параллелограмме $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 5$, $|BD| = 3$ и величина угла $\angle AOD = \pi/4$ между ними. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите длины $|AM|$ и $|AN|$ и величину $\angle MAN$.
- К1♥37-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 1, 1)$, $B = (-5, 3, -3)$, $C = (3, -5, -3)$, $D_1 = (3, -3, -5)$. Найдите объём тетраэдра $ACB_1 D_1$ и площадь $\triangle AB_1 C$.

- К1♥38-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-2, -3)$, $B = (3, -1)$, $C = (5, 5)$. Напишите уравнение диагонали AC и найдите расстояние от вершины D до этой диагонали.
- К1♥38-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -3$, ось OY — при $y = 2$, а ось OZ — при $z = -4$, пересекает прямую, проходящую через точки $(1, 2, 3)$ и $(-2, -2, -4)$?
- К1♥38-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $(x + 1)/2 = (y - 1)/3 = -(z + 5)/2$ и прямой $5y - 2z + 1 = 0$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥38-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, C , и D имеют координаты $A = (-1, 4)$, $C = (-3, 3)$, $D = (5, -2)$. Точки M и N делят диагональ AC в отношении $|AM| : |MN| : |NC| = 2 : 2 : 1$. Найдите длину высоты MH в треугольнике $\triangle BMN$.
- К1♥38-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|CC_1| = 3$, $|A_1 D_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/2$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длины диагоналей DB_1 и AC_1 и углы между ними.

- К1♥39-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, -3)$, $B = (5, -1)$, $C = (-3, 3)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AB из вершины C .
- К1♥39-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(1, -1, 3)$, $(-1, 3, 1)$, $(3, -2, 1)$, пересекается с осью OX ?
- К1♥39-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(1, 1, 3)$ и $(3, 4, 1)$, и прямой $(x + 5)/3 = (2 - y)/2 = 3(z - 2)$.
- К1♥39-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на стороне CD такова, что $|CM| : |MD| = 3 : 1$. Найдите площадь $\triangle AMD$ и величину $\angle AMD$.
- К1♥39-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $B_1 = (0, 5, 3)$, $C = (5, 0, 3)$, $D_1 = (5, 3, 0)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1 C_1}$, $\vec{C_1 B}$ и $\vec{B D}$.

- К1♥40-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-3, -5)$, $B = (2, -3)$, $C = (5, -2)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AB и CD и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥40-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y + 2z + 4 = 0$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(1, -2, 3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -1, 3)$?
- К1♥40-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между биссектрисой угла YOZ и линией пересечения плоскостей $2x - y + z = 1$ и $x + 3y - 2z = 1$.
- К1♥40-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B, C , и D имеют координаты $B = (1, -1)$, $C = (3, 3)$, $D = (-4, 2)$. Точки M и N делят диагонали AC и BD в отношениях $|AM| : |MC| = 2 : 3$ и $|BN| : |ND| = 1 : 2$. Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MNC$.
- К1♥40-5.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 5$, $|AA_1| = 1$. Найдите площадь треугольника $\Delta A_1 C_1 B$ и объём тетраэдра $AD_1 B_1 C$.

- К1♥41-1.** Вершины ΔABC имеют координаты $A = (-1, -1)$, $B = (-5, 3)$, $C = (4, 1)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины B , и найдите расстояние от вершины A до этой высоты.
- К1♥41-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x + y + z = 3$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(3, 3, 1)$ и $(-1, -2, -1)$?
- К1♥41-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $x + 2y = 1$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $2x + z = 3$, лежащей в плоскости XOZ .
- К1♥41-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (1, -1)$, $B = (3, 3)$, $C = (-4, 2)$. Точки M и N лежат на диагоналях AC и BD так, что $|AM| : |MC| = |BN| : |ND| = 1 : 2$. Найдите длину $|DM|$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥41-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длину медианы CM треугольника $\Delta A_1 D_1 C$ и величину $\angle CMD_1$.

- К1♥42-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-3, -1)$, $B = (1, 3)$, $C = (2, -2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины D на диагональ AC , и выясните, какой угол он составляет с осью OX .
- К1♥42-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость XOY по прямой $y = 3x$, а координатную плоскость XOZ по прямой $z = 2x$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $x = y - 1 = (z - 2)/2$?
- К1♥42-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, 1, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, 0, 0)$, и прямой, проходящей через точку $(-1, -1, -1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (0, 1, 2)$.
- К1♥42-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/4$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите площадь ΔAMN и величину $\angle AMN$.
- К1♥42-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, -1, 1)$, $B = (0, 3, 3)$, $C = (3, 0, 3)$, $D_1 = (3, 3, 0)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1 C_1}$, $\vec{C_1 B}$ и $\vec{B D}$.

- К1♥43-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-4, -1)$, $B = (1, 3)$, $C = (2, -2)$. Напишите уравнение медианы, опущенной из вершины B , и определите в какой точке и под каким углом она пересекает ось OY .
- К1♥43-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -2$, ось OY — при $y = 2$, а ось OZ — при $z = 5$, пересекает прямую, проходящую через точку $(1, 1, 1)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (-1, -2, -1)$?
- К1♥43-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $x/3 = y = z/2$ и $(x + 1)/3 = (y - 1)/2 = (z + 2)/6$.
- К1♥43-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (-1, 1)$, $B = (-3, -3)$, $C = (2, 4)$. Точка M лежит на стороне CD так, что $|CM| : |MD| = 1 : 2$, точка N — середина отрезка AM . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥43-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AD| = 1$, $|DD_1| = 3$, $|CD| = 2$, $\angle ADD_1 = \pi/2$, $\angle CDD_1 = \pi/3$, $\angle ADC = \pi/4$. Точка M — середина отрезка AC , а точка N — середина отрезка BC_1 , Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MND_1$.

- К1♥44-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (0, -5)$, $B = (-4, 1)$, $C = (3, -1)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину D и середину стороны AB и найдите расстояние от этой прямой до вершины C .
- К1♥44-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x + 2y + 3z = 6$ пересекается с прямой $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$?
- К1♥44-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AB и CD , где $A = (3, 2, 0)$, $B = (2, 3, 0)$, $C = (0, 1, 3)$, $D = (0, 3, 1)$.
- К1♥44-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 2$, $|BD| = 6$ и угол между ними $\angle COD = \pi/4$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle DMN$.
- К1♥44-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, -1, 1)$, $B_1 = (0, -3, 3)$, $C_1 = (-3, 0, 3)$, $D_1 = (-3, 3, 0)$. Найдите длину B_1D и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\vec{A_1C}$, $\vec{C_1A}$ и $\vec{BD_1}$.

- К1♥45-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (2, -2)$, $B = (-1, 5)$, $C = (6, 4)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне AC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую AB .
- К1♥45-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(-1, 2, 1)$ параллельно векторам $\vec{u} = (1, 1, 0)$ и $\vec{v} = (1, 0, 1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(3, 2, -6)$?
- К1♥45-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $x - y + z = 2$ и $z + y = 3$ и осью OX .
- К1♥45-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B , D , и C имеют координаты $B = (1, -1)$, $D = (-3, 3)$, $C = (-4, -3)$. Найдите длины высот AM и AN и площадь $\triangle MAN$.
- К1♥45-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/4$, $\angle A_1AD = \pi/3$. Найдите длины диагоналей DB_1 и CA_1 и углы между ними.

- К1♥46-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-3, -2)$, $B = (-1, 3)$, $C = (5, 5)$. Напишите уравнение диагонали BD и найдите расстояние от вершины C до этой диагонали.
- К1♥46-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = -3$, ось OY — при $y = -2$, а ось OZ — при $z = 5$, пересекает прямую, проходящую через точки $(1, 2, 0)$ и $(0, -2, -1)$?
- К1♥46-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $(x + 1)/2 = 3(y - 1) = z$ и прямой $y = 2z + 1$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥46-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на диагонали BD такова, что $|BM| : |MD| = 2 : 3$, а точка N — середина стороны CD . Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥46-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $C = (2, -1, 2)$, $A_1 = (0, 4, -4)$, $B_1 = (4, 0, -4)$, $D_1 = (4, -4, 0)$. Найдите длину диагонали BD_1 и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C_1}$, $\overrightarrow{C_1 D_1}$ и $\overrightarrow{BD_1}$.

- К1♥47-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-3, 1)$, $B = (-1, 5)$, $C = (3, -3)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AC из вершины B .
- К1♥47-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(1, -1, 0)$, $(-1, 1, 1)$, $(0, -1, 1)$, пересекается с осью OY ?
- К1♥47-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(1, 1, 0)$ и $(0, 0, 1)$, и прямой $x/3 = 2y = z - 2$.
- К1♥47-4.** Найдите периметр и площадь параллелограмма с вершинами в серединах сторон параллелограмма $ABCD$, если A, B , и C имеют координаты $A = (7, -1)$, $B = (-3, 3)$, $C = (3, -5)$.
- К1♥47-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длину медианы $A_1 M$ в $\triangle A_1 BD$ и угол $\angle A_1 MB$.

- К1♥48-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-4, 1)$, $B = (1, 3)$, $C = (4, 4)$. Напишите уравнения средних перпендикуляров к сторонам AD и BC и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥48-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x - y + 2z = 4$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(-1, -2, 3)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -2, 3)$?
- К1♥48-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OX и линией пересечения плоскостей $2x - y = 1$ и $x - 2z = 1$.
- К1♥48-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне AD такова, что $|CN| : |ND| = 2 : 3$. Найдите длину высоты DH в треугольнике $\triangle DMN$.
- К1♥48-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ диагонали пересекаются в точке O и известны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $C = (1, 3, 5)$, $B_1 = (3, 5, 1)$, $D_1 = (5, 3, 1)$. Найдите величину $\angle C_1 OB$ и объём тетраэдра $OBCC_1$.

- К1♥49-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-3, -3)$, $B = (-7, 1)$, $C = (2, -1)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины C до этой высоты.
- К1♥49-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y - z = 1$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(2, 1, 1)$ и $(-1, -2, -1)$?
- К1♥49-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $x - y = 1$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $3z + 2y = 4$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥49-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (-2, 2)$, $B = (0, 3)$, $C = (5, -1)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 3 : 2 : 3$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и длину $|MN|$.
- К1♥49-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 4$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1 AB = \pi/3$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длины векторов $\overrightarrow{A_1 C}$ и $\overrightarrow{B D_1}$ и угол между ними.

- К1♥50-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (3, 1)$, $B = (-1, -3)$, $C = (-2, 2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины A на диагональ BD , и выясните, какой угол он составляет с осью OX .
- К1♥50-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость XOY по прямой $2y = x$, а координатную плоскость YOZ по прямой $z = 4y$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $(x + 2)/2 = y = (z - 1)/3$?
- К1♥50-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, -1, 0)$ вдоль вектора $\vec{v} = (0, 1, 1)$, и прямой, проходящей через точку $(3, 2, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (1, -1, 0)$.
- К1♥50-4.** В параллелограмме $ABCD$ известны длины диагоналей $|AC| = 5$, $|BD| = 3$ и величина угла $\angle AOD = \pi/4$ между ними. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите длины $|AM|$ и $|AN|$ и величину $\angle MAN$.
- К1♥50-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 1, 1)$, $B = (-5, 3, -3)$, $C = (3, -5, -3)$, $D_1 = (3, -3, -5)$. Найдите объём тетраэдра $ACB_1 D_1$ и площадь $\triangle AB_1 C$.

- К1♥51-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, -4)$, $B = (4, 0)$, $C = (-2, 2)$. Напишите уравнение медианы AM , опущенной из вершины A , и определите в какой точке и под каким углом прямая AM пересекает ось OX .
- К1♥51-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 3$, ось OY — при $y = -1$, а ось OZ — при $z = 2$, пересекает прямую, проходящую через точку $(-1, 1, -1)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (2, 2, 1)$?
- К1♥51-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(x + 1)/2 = (y - 1)/3 = -z$ и $x = (y + 1)/2 = (z - 1)/3$.
- К1♥51-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , C , и D имеют координаты $A = (-1, 4)$, $C = (-3, 3)$, $D = (5, -2)$. Точки M и N делят диагональ AC в отношении $|AM| : |MN| : |NC| = 2 : 2 : 1$. Найдите длину высоты MH в треугольнике $\triangle BMN$.
- К1♥51-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|CC_1| = 3$, $|A_1 D_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/2$, $\angle A_1 AB = \pi/4$, $\angle A_1 AD = \pi/2$. Найдите длины диагоналей DB_1 и AC_1 и углы между ними.

- К1♥52-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (5, 0)$, $B = (1, 4)$, $C = (-1, -3)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину C и середину стороны AD и найдите расстояние от этой прямой до вершины B .
- К1♥52-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $3x - y - 2z = 6$ пересекается с прямой $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{2}$?
- К1♥52-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AC и BD , где $A = (-3, -2, 0)$, $B = (-2, -3, 0)$, $C = (0, -1, -3)$, $D = (0, -3, -1)$.
- К1♥52-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = \pi/6$. Точка M на стороне CD такова, что $|CM| : |MD| = 3 : 1$. Найдите площадь $\triangle AMD$ и величину $\angle AMD$.
- К1♥52-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (0, -1, 2)$, $B_1 = (0, 5, 3)$, $C = (5, 0, 3)$, $D_1 = (5, 3, 0)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём параллелепипеда, натянутого на векторы $\overrightarrow{A_1 C_1}$, $\overrightarrow{C_1 B}$ и $\overrightarrow{B D}$.

- К1♥53-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-2, -2)$, $B = (5, 1)$, $C = (6, -7)$. Напишите уравнение срединного перпендикуляра к стороне BC , и выясните, в какой точке он пересекает прямую AB .
- К1♥53-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точку $(3, 3, 3)$ параллельно векторам $\vec{u} = (0, 1, -1)$ и $\vec{v} = (-1, 0, 1)$ пересекается с прямой, соединяющей начало координат с точкой $(-1, -2, -3)$?
- К1♥53-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между линией пересечения плоскостей $x - 2y - z = 2$ и $3z + y = 6$ и осью OZ .
- К1♥53-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины B, C , и D имеют координаты $B = (1, -1)$, $C = (3, 3)$, $D = (-4, 2)$. Точки M и N делят диагонали AC и BD в отношениях $|AM| : |MC| = 2 : 3$ и $|BN| : |ND| = 1 : 2$. Найдите длину $|MN|$ и величину $\angle MNC$.
- К1♥53-5.** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 5$, $|AA_1| = 1$. Найдите площадь треугольника $\triangle A_1 C_1 B$ и объём тетраэдра $AD_1 B_1 C$.

- К1♥54-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-2, 3)$, $B = (3, 1)$, $C = (5, -5)$. Напишите уравнение диагонали AC и найдите расстояние от вершины D до этой диагонали.
- К1♥54-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 3$, ось OY — при $y = -2$, а ось OZ — при $z = -5$, пересекает прямую, проходящую через точки $(0, 2, 3)$ и $(-5, -1, 0)$?
- К1♥54-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $-(x - 1)/2 = (y - 1)/3 = 2 - z$ и прямой $2x - y + 1 = 0$, лежащей в плоскости XOY .
- К1♥54-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 5$, $|AD| = 3$, $\angle ABC = \pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 3 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите $|AN|$, $|AM|$ и величину $\angle MAN$.
- К1♥54-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, 0, 2)$, $B = (1, 3, 0)$, $C = (0, 1, -4)$, $D_1 = (-1, 3, 2)$. Найдите длину диагонали $B_1 D$ и объём тетраэдра $BC_1 A_1 D$.

- К1♥55-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (1, 3)$, $B = (5, 1)$, $C = (-3, -3)$. Напишите уравнение биссектрисы, опущенной на сторону AB из вершины C .
- К1♥55-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, проходящая через точки $(-1, -1, 1)$, $(1, 0, 2)$, $(0, -2, -1)$, пересекается с осью OZ ?
- К1♥55-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, соединяющей точки $(-1, 0, 2)$ и $(0, 3, -1)$, и прямой $(2 - x)/2 = 2y/3 = (z + 1)/6$.
- К1♥55-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (3, -1)$, $B = (-5, 3)$, $C = (-4, -2)$. Точки M и N лежат на диагонали AC так, что $|AM| : |MN| : |NC| = 1 : 1 : 4$. Найдите величину $\angle MBN$ и площадь $\triangle MBN$.
- К1♥55-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 1$, $|AA_1| = 5$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/3$, $\angle A_1AD = \pi/4$. Найдите длины медиан BM и DN в $\triangle A_1BD$ и угол между ними.

- К1♥56-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (1, 4)$, $B = (3, -1)$, $C = (4, -4)$. Напишите уравнения срединных перпендикуляров к сторонам AB и CD и найдите расстояние между этими прямыми.
- К1♥56-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $2x + 3y - z = 6$ пересекается с прямой, выходящей из точки $(2, -3, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, -1, 2)$?
- К1♥56-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между осью OY и линией пересечения плоскостей $2z + 3y = 6$ и $3z - 2x = 1$.
- К1♥56-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 2$, $\angle DAC = 2\pi/3$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 1$, а точка N на стороне CD такова, что $|CN| : |ND| = 1 : 3$. Найдите площадь $\triangle AMN$ и величину $\angle AMN$.
- К1♥56-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-1, 1, -1)$, $B_1 = (2, 3, 1)$, $C = (1, 2, 3)$, $D_1 = (3, 1, 2)$. Найдите длину диагонали B_1D и объём тетраэдра ACB_1D_1 .

- К1♥57-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, 1)$, $B = (3, 5)$, $C = (1, -4)$. Напишите уравнение высоты, опущенной из вершины A , и найдите расстояние от вершины B до этой высоты.
- К1♥57-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - y - 2z = 4$ пересекается с прямой, проходящей через точки $(1, -3, 1)$ и $(-1, 2, -1)$?
- К1♥57-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой $2x + 3y = 12$, лежащей в плоскости XOY , и прямой $z - 5y = 10$, лежащей в плоскости YOZ .
- К1♥57-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A , B , и C имеют координаты $A = (2, -1)$, $B = (-7, 3)$, $C = (4, 2)$. Точка M делит сторону AB в отношении $|AM| : |MB| = 2 : 1$, точка N — середина отрезка DM . Найдите площадь $\triangle CMN$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥57-5.** В параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 3$, $|AA_1| = 1$, $\angle BAD = \pi/3$, $\angle A_1AB = \pi/3$, $\angle A_1AD = \pi/3$. Найдите длины векторов $\vec{B_1D}$ и \vec{AC} и угол между ними.

- К1♥58-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (-1, 3)$, $B = (3, -1)$, $C = (-2, -2)$. Напишите уравнение перпендикуляра, опущенного из вершины C на сторону AD , и выясните, какой угол он составляет с осью OY .
- К1♥58-2.** Плоскость π пересекает координатную плоскость YOZ по прямой $3y = 2z$, а координатную плоскость XOZ по прямой $5z = 2x$. В какой точке и под каким углом она пересекается с прямой $(1-x)/2 = (1-y)/5 = (z+2)/3$?
- К1♥58-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямой, проходящей через точку $(1, 3, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (2, 1, -1)$, и прямой, проходящей через точку $(3, -2, 1)$ вдоль вектора $\vec{v} = (-1, 1, 2)$.
- К1♥58-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 1$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = 3\pi/4$. Точка M на стороне BC такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 5$, а точка N — середина отрезка BM . Найдите длины векторов \vec{CM} и \vec{AM} и величину угла между ними.
- К1♥58-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (1, -1, 1)$, $B = (0, 3, 3)$, $C = (3, 0, 3)$, $D_1 = (3, 3, 0)$. Найдите объём тетраэдра AB_1CD_1 и длину его высоты CH .

- К1♥59-1.** Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A = (-1, 2)$, $B = (4, 7)$, $C = (5, 1)$. Напишите уравнение медианы CM , опущенной из вершины C , и определите в какой точке и под каким углом прямая CM пересекает ось OY .
- К1♥59-2.** В какой точке и под каким углом плоскость, пересекающая ось OX при $x = 5$, ось OY — при $y = -4$, а ось OZ — при $z = 1$, пересекает прямую, проходящую через точку $(2, 1, 0)$ и параллельную вектору $\vec{v} = (-1, 1, -1)$?
- К1♥59-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми $(1-x)/4 = y+1 = (2z-4)/2$ и $(x-1)/3 = (y-4)/6 = (z-2)/2$.
- К1♥59-4.** Известно, что в параллелограмме $ABCD$ вершины A, B , и C имеют координаты $A = (-3, 5)$, $B = (5, -3)$, $D = (-4, -6)$. Точки M и N делят стороны AB и BC в отношениях $|AM| : |MB| = 1 : 4$ и $|BN| : |NC| = 3 : 1$. Найдите площадь $\triangle DMN$ и величину $\angle MDN$.
- К1♥59-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $|AB| = 2$, $|AD| = 3$, $|AA_1| = 1$, $\angle DCC_1 = \pi/2$, $\angle BCD = \pi/2$, $\angle BCC_1 = \pi/2$. Найдите длины диагоналей A_1C и BD_1 и угол между ними.

- К1♥60-1.** Вершины A, B, C параллелограмма $ABCD$ имеют координаты $A = (5, 0)$, $B = (-1, -4)$, $C = (1, 3)$. Напишите уравнение прямой, проходящей через вершину D и середину стороны BC и найдите расстояние от этой прямой до вершины A .
- К1♥60-2.** В какой точке и под каким углом плоскость $x - 2y + 3z + 6 = 0$ пересекается с прямой $\frac{1-x}{3} = \frac{1-y}{2} = \frac{2z-3}{6}$?
- К1♥60-3.** Найдите кратчайшее расстояние и угол между прямыми AB и CD , где $A = (0, 2, 5)$, $B = (0, 5, 2)$, $C = (1, 1, 3)$, $D = (3, 1, 1)$.
- К1♥60-4.** Про параллелограмм $ABCD$ известно, что $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $\angle DAC = \pi/3$. Точка M на стороне AB такова, что $|BM| : |MC| = 2 : 3$, а точка N на стороне AD такова, что $|AN| : |ND| = 5 : 3$. Найдите длины векторов \vec{BN} и \vec{CM} и и угол между ними.
- К1♥60-5.** В параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ даны координаты некоторых вершин: $A = (-2, -3, 1)$, $B = (-3, 1, -2)$, $C = (1, -2, -3)$, $D_1 = (4, -5, 0)$. Найдите объём параллелепипеда, натянутого на векторы \vec{AC} , $\vec{B_1D_1}$ и $\vec{C_1B}$.