А. Л. Городенцев

Математический анализ для старших школьников

Этот курс математического анализа рассчитан на школьников 9 – 11 классов, которые (пока) не обладают познаниями выходящими за рамки стандартной программы по математике, но видят занятия математикой одним из своих важнейших жизненных приоритетов, в частности, готовы *каждый день* решать 1 - 2 *новых* задачи и обсуждать свои достижения с преподавателями и друзьями, будучи движимы при этом «одними только» молодецким задором, интересом к предмету, удовольствием от общения с себе подобными, чувством удовлетворения от *собственных* математических открытий и растущей уверенностью в собственных силах, возникающей от *самостоятельного* решения задач. Поддержание и укрепление всех этих жизнерадостных ощущений — главная задача преподавателей. Никаких других оснований, способных «убедить» нормального ребёнка освоить этот курс не существует — давление при помощи отметок не оправдано и бессмысленно, а посулы того, что этот курс поможет в сдаче каких-либо экзаменов суть обман.

Курс состоит из листков с задачами. Каждый школьник получает свой листок, решает задачи, *записывает* свои решения, отдает их на прочтение преподавателю, и затем решения обсуждаются лично с каждым школьником. Уроки, собственно, состоят из этих обсуждений — две пары сдвоенных уроков в неделю. Очень важно на *каждом* занятии поговорить с *каждым* школьником (опыт показывает, что это реально только когда на одного преподавателя приходится не более 5-7 учеников). Когда основной материал листка освоен, школьнику выдаётся следующий листок, и т. д. Скорость освоения материала у каждого ученика своя. Более сильные решают листок (в среднем) за неделю, менее сильные – за две. Если кто-то надолго «застрял» на каком-то листке, преподавателю требуется выяснить, в чём состоят проблемы, и деликатно помочь их преодолеть — самое главное не повредить при этом ни одному из перечисленных выше «стимулов» к занятиям.

Задачи, с которыми надо разобраться в первую очередь, помечены кружочком. Они обычно нетрудны и содержат базисные примеры и вводные конструкции — тут от каждого ученика следует добиваться полной ясности. Задачи помеченные звёздочкой, напротив, весьма трудны, и их решение не обязательно для понимания основного курса; предполагается, что школьник будет долго заниматься понравившейся ему трудной задачей, возможно, возвращаясь к ней потом, решив какие-то следующие листки, и применяя, соответственно, какие-то новые идеи — такого рода «длительную осаду» следует всячески поощрять. Все листки делятся на *основные* (с целыми номерами) и *дополнительные* (с дробными номерами). Хотелось бы, чтобы все ученики умели решать все непомеченные звёздочками задачи из всех основных листков. Дополнительные листки тоже выдаются всем желающим, но рассчитаны они на наиболее продвинутых школьников, значительно вырывающихся вперёд, и решать их следует параллельно решению основных листков (все дополнительные листки довольно трудны и выходят за рамки стандартных программ).

Несмотря на наличие нескольких связующих сюжетов, пронизывающих весь курс насквозь и обсуждаемых с различных точек зрения практически в каждом листке, заинтересованный преподаватель без труда сможет выделить из курса несколько автономных тем, представленных сериями из 3–5 листков, и внедрить их в свой собственный курс или использовать как отдельную тему для факультатива и/или кружка.

Почти все наши задачи и методологические приёмы не новы, я безмерно признателен всем их авторам, и приношу свои извинения за то, что я не в состоянии их перечислить, а тем более, указать точные ссылки. Множество задач происходит из «Задачника Кванта». Сюжеты про графы и вероятности практически целиком заимствованы из аналогичного курса С. А. Дориченко (см. Математ. Обр. 1997, № 1, с. 38–75); суммирование, ряды и т. п. цельнотянуты из книжки «Числа и Суммы» (см. Математ. Обр. 1999, № 2-3, с. 2–57); определённый интеграл вводится по Дьедоне так же, как в лекциях С. М. Львовского для первокурсников Независимого Унивеситета; задачи про действительные числа, общую топологию вещественной прямой и ТФДП очень близки к оригинальным листкам Н. Н. Константинова, от которых, собственно, и берёт начало тот подход к преподаванию математики, которому мы стараемся следовать.

Этот курс был пройден в одном из математических классов московской школы № 57. Это (как и само появление настоящих листков) было бы невозможно без активного участия Рины Анно, Пети Ахметьева, Серёжи Дориченко, Оли Кряжевой, Мити Михалина, Гриши Рыбникова, Жени Смирнова, Коли Степанова и Кости Трушкина. Я пользуюсь случаем горячо поблагодарить их за эту нашу совместную работу.

Содержание

9 класс

10 класс

11 класс