Графики и кривые

M17◇1. Функция $y = f(x)$ имеет график, изображённый на рис. 17.1. Нарисуйте (поточнее) графики функций:
а) $2\,f(x)$; **б)** $f(2x)$; **в)** $f(x+2)$; **г)** $f(x)+2$; **д)** $f(-x)$;
е) $f(|x|)$; **ж)** $-|f(-|x|)|$; **з)** $3\,f(x)+2$; **и)** $3-f(2-x)$;
к) $f\left(\dfrac{x-3}{2}\right)$; **л)** $f\left(\dfrac{1}{2}x-3\right)$; **м)** $3-2f(3-2x)$;
н) $1-\left|f\left(\dfrac{1-|x|}{3}\right)\right|$; **о)** $x\,f(x)$; **п)** $\dfrac{1}{f(x)}$; **р)** $f\left(\dfrac{1}{x}\right)$.

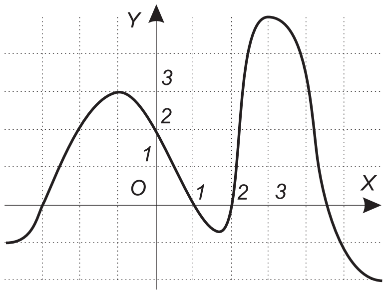

Рис. 17.1. График $y = f(x)$

M17◇2. Решите неравенство $\Big|\,3\,\big|\,1-2\,|x-1|\,\big|-5\,\Big| \geqslant 2$.

M17◇3. Выразите функцию $g(x)$ через функцию $f(x)$, если известно, что график g получается из графика f **а)** параллельным переносом на вектор $(3,5)$; **б)** сжатием в 2 раза к оси OY;
в) симметрией относительно оси OX; **г)** симметрией относительно прямой $x=3$;
д) растяжением в 3 раза от прямой $y=-1$;
е) центральной симметрией относительно начала координат;
ж) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;
з) гомотетией с коэффициентом $-1/3$ относительно точки $(-3,2)$.

M17◇4. Постройте графики: **а)** $\dfrac{1}{x}$; **б)** $1-\dfrac{2}{x+1}$; **в)** $\dfrac{x+1}{x-1}$; **г)** $\dfrac{2x+3}{2-3x}$; **д)** $\dfrac{ax+b}{cx+d}$, где $ad \neq bc$.

M17◇5. Постройте графики: **а)** x^2; **б)** $3-2(x-5)^2$; **в)** ax^2+bx+c, где $a \neq 0$.

M17◇6. Где лежат середины любого семейства параллельных хорд данной параболы?

M17◇7. Чтоб познакомиться с Машенькой, Вовочка стёр в её тетрадке оси координат у графиков **а)** $y=x^2$ **б)** $y=1/x$. Как Машеньке точно восстановить их циркулем и линейкой?

M17◇8. Множество всех решений (x,y) уравнения $\Phi(x,y)=0$ представляет собой кривую на рис. 17.2. Нарисуйте (поточнее) кривые, заданные уравнениями: **а)** $\Phi(x+2,y-1)=0$;
б) $\Phi(y,x)=0$; **в)** $\Phi(-x,-y)=0$; **г)** $\Phi(2x,y)=0$;
д) $\Phi\left(\dfrac{x}{2},2y\right)=0$; **е)** $\Phi(|y|,x)=0$; **ж)** $\Phi(x+y,x-y)=0$.

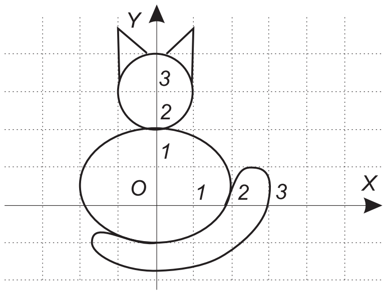

Рис. 17.2. Кривая $\Phi(x,y)=0$

M17◇9. Напишите какое-нибудь уравнение, задающее кривую, получающуюся из показанной на рис. 17.2 кривой $\Phi(x,y)=0$:
а) параллельным переносом на вектор $(-2,3)$;
б) растяжением в 2 раза от оси OX;
в) симметрией относительно оси OY;
г) симметрией относительно прямой $y=-2$;
д) центральной симметрией относительно начала координат;
е) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;
ж) поворотом на 45° вокруг начала координат; **з)** сжатием в 3 раза к прямой $x=1$;
и) гомотетией с коэффициентом $-\frac{1}{3}$ относительно точки $(1,-1)$.

M17◇10. Нарисуйте кривые: **а)** $x^2-y^2=1$; **б)** $4\,x^2+9\,y^2=36$; **в)** $16\,x^2-25\,y^2=400$.

M17◇11. Напишите уравнение, задающее **а)** окружность радиуса 3 с центром в точке $(-5,2)$;
б) гиперболу $y=1/x$, сдвинутую и повёрнутую так, что её центр находится в точке $(-5,2)$, а асимптоты составляют углы в 45° с осью OX;
в) параболу $y=x^2$, сдвинутую и повёрнутую так, что её вершина находится в точке $(-1,-1)$, а ось идёт под углом 45° к оси OX.