# Как организовать полный перебор

*Чтобы управиться с классом, его надо выстроить по росту и перекликнуть по алфавиту.*
*(из Школьных Заповедей)*

**М7◇1.** Сколько различных **а)** двух- **б)** четырёх- **в)** $n$-буквенных слов[1] можно написать тридцатью тремя буквами русского алфавита?

**М7◇2.** Можно ли закодировать русский алфавит азбукой Морзе так, чтобы каждая буква передавалась не более, чем четырьмя сигналами? Какое число сигналов на символ достаточно отводить для передачи 3000 различных иероглифов?

**М7◇3.** Сколько всего разных слов (не обязательно осмысленных) можно получить переставляя буквы в словах `ОК, рок, урок, шнурок`?

**М7◇4.** Как изменится ответ в зад. М7◇1, если потребовать, чтобы буквы не повторялись?

**М7◇5.** Можно ли упорядочить все сто двухразрядных чисел от 00 до 99 так, чтобы каждые два соседних числа отличались ровно в одной цифре, причём ровно на единицу? Тот же вопрос про трёх- и $n$-разрядные числа.

**Факториалы.** Произведение $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 1$ обозначается $n!$ (читается «$n$-факториал»). По определению, $\boxed{0! = 1! = 1}$.

**М7◇6.** При каких $n$: **а)** $n! \geqslant 3^n$ ; **б)** $2^n \geqslant n^3$ ?

**Математическая индукция** — это способ доказать бесконечную серию занумерованных утверждений за два хода: **(1)** – *база индукции* – доказывается утверждение №1 ; **(2)** – *индуктивный переход* – доказывается, что при любом $n$ из утверждения №$n$ вытекает утверждение №$(n+1)$.

**М7◇7.** Верно ли, что при разрезании выпуклого $n$-угольника на треугольники по диагоналям число получившихся треугольников будет одним и тем же, как бы не резали? Чему оно может равняться? Какова сумма внутренних углов выпуклого $n$-угольника?

**М7◇8.** На сколько кусков разбивается плоскость $n$ прямыми, никакие три из которых не пересекаются в одной точке и никакие две не параллельны?

**М7◇9.** Всегда ли плоскость, разбитая на части прямыми и окружностями, раскрашивается в два цвета так, чтобы имеющие общую сторону куски были разноцветными?

**М7◇10*.** Даны $n$ точек. Верно ли, что они либо лежат на одной прямой, либо их соединяет не менее $n$ разных прямых?

**М7◇11.** Сколько разных $m$-буквенных слов можно написать $n$-буквенным алфавитом, если буквы в словах **а)** могут **б)** не могут повторяться?

**М7◇12.** В бесконечный лабиринт на рис. 7.1 падает шарик и под действием тяжести проваливается вниз, случайным образом поворачивая налево-направо. На на каждой из комнат верхних 11 этажей напишите, сколькими различными путями шарик может до неё добраться.

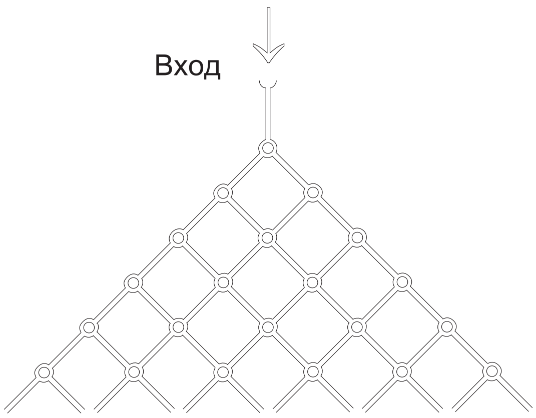


**Рис. 7.1.** Лабиринт Паскаля

**М7◇13.** Для $k = 0, 1, 2, \ldots, 10$ раскройте скобки и приведите подобные слагаемые в $(1+x)^k$ и $(a+b)^k$. Сформулируйте и докажите теорему, сравнивающую полученные ответы с ответами зад. М7◇12.

**М7◇14.** Число $x + 1/x$ является целым. Будет ли целым $x^n + 1/x^n$ ? (Начните с $n = 2, 3, \ldots$)

[1] слова не обязаны быть осмысленными и буквы в словах могут повторяться