Сводная контрольная по анализу.

K10◇1. Решите неравенство $\sin^2 2x + \dfrac{3}{4} \leqslant \cos^2 x$.

K10◇2. Есть ли общие действительные корни у многочленов $x^4+2\,x^3+x^2+1$ и $-x^4+x^2+2\,x+1$?

K10◇3. Описать и изобразить на комплексной плоскости множество комплексных чисел a, для которых уравнение $z + \dfrac{1}{z} = a$ имеет решение, по модулю меньшее единицы.

K10◇4.

а) Сходится ли ряд $\sum\limits_{n\geqslant 1} n^{-5}$?

б) Если «да», то укажите десятичную дробь, отстоящую от его суммы не более чем на 0,001 (ответ должен быть обоснован, калькулятором пользоваться нельзя).

K10◇5. Для любой ли функции f из множества действительных чисел в себя, которая принимает как положительные, так и отрицательные значения, найдутся две точки $x_1 \neq x_2$, такие что $|x_1 - x_2| < 0,001$ и $f(x_1)f(x_2) \leqslant 0$?

K10◇6. Следует ли из системы неравенств

$$\begin{cases} y+1 \geqslant |2x| \\ y-2 \leqslant |x| \\ y \geqslant 0 \end{cases}$$

неравенство $x^2 + (y-1)^2 \leqslant 19$?