Контрольная по теме «Производная».

К8◇1. Выведите формулы для производных от функций **а)** $y = \cos x$, **б)** $y = \arccos x$.

К8◇2. Вычислите производные функций **а)** $y = \sqrt{\dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$, **б)** $y = \operatorname{arctg} \dfrac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}$ и максимально упростите ответ.

К8◇3. Выясните, при каких условиях на параметры p и q количество вещественных корней уравнения $x^3 + p\,x + q = 0$ равно **а)** одному **б)** двум **в)** трём ?

К8◇4. На кривой C с уравнением $9\,x^2 + 25\,y^2 = 225$ произвольно выбрали точку $M = (x_0, y_0)$.

а) Напишите уравнение касательной к кривой C в точке M.

б) Выясните, одинаковые ли углы образует эта касательная с отрезками MA и MB, где $A = (-4, 0)$, $B = (4, 0)$.

К8◇5. Функция $y = f(x)$ дифференцируема при всех действительных x и её производная в некоторых точках принимает значения p и q, где $p < q$. Верно ли, что для любого $u \in (p, q)$ найдется t, такое что $f'(t) = u$?

К8◇6. Исследуйте на экстремумы *функцию Римана* $y = R(x)$, которая, по определению, равна нулю при иррациональных x, а для $x = m/n$, где $m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$, НОД$(m, n) = 1$, принимает значение $R(m/n) = 1/n$.

К8◇7. Найдите все положительные решения уравнения $x^{-2x} = 2$.