Итоговая контрольная по анализу

(вторая попытка)

- **на решение задач и запись решений отводится 4 часа;**
- **задачи можно решать в любом порядке;**
- **правильное решение каждой задачи оценивается в 10 баллов;**
- **для получения за эту контрольную отметки *3/4/5* достаточно набрать $\geqslant 15/\geqslant 30/\geqslant 45$ баллов;**
- **итоговая оценка по анализу (в процентах от пятёрки) будет равна сумме набранных в контрольной баллов (в процентах от 60) и всех задач, решённых за 3 года (в процентах от общего числа всех обязательных задач).**

ИКА$\diamond$7 (10 баллов). В прямоугольную таблицу размера $m \times n$ написаны числа так, что в каждой строке и в каждом столбце получилась геометрическая прогрессия. Произведение четырёх угловых чисел равно p. Чему равно произведение всех чисел таблицы?

ИКА$\diamond$8 (10 баллов). Сколько натуральных делителей числа 64 800 делится на 6, но не на 10?

ИКА$\diamond$9 (10 баллов). Найдите[1] какое-нибудь натуральное число n, для которого

$$\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n} < 10^{-9}\,.$$

ИКА$\diamond$10 (10 баллов). Сколько различных вещественных корней у многочлена $x^n + ax + b$ в зависимости от[2] $n \in \mathbb{N}$ и $a, b \in \mathbb{R}$?

ИКА$\diamond$11 (10 баллов). Какова максимальная площадь полной поверхности цилиндра, вписанного в шар заданного радиуса R?

ИКА$\diamond$12 (10 баллов). В каком отношении парабола $y = \dfrac{1}{2}x^2$ делит площадь круга $x^2+y^2 = 8$?

[1] разумеется, с полным объяснением, почему оно годится

[2] рассмотрите все возможные значения этих трёх параметров