Итоговая контрольная по анализу

- **на решение задач и запись решений отводится 4 часа;**
- **задачи можно решать в любом порядке;**
- **правильное решение каждой задачи оценивается в 10 баллов;**
- **для получения за эту контрольную отметки *3/4/5* достаточно набрать $\geqslant 15/\geqslant 30/\geqslant 45$ баллов;**
- **итоговая оценка по анализу (в процентах от пятёрки) будет равна сумме набранных в контрольной баллов (в процентах от 60) и всех задач, решённых за 3 года (в процентах от общего числа всех обязательных задач).**

ИКА◇1 (10 баллов). Найдите $\dfrac{\text{нок}(1,\,2,\,3,\,\ldots\,,\,99)}{\text{нок}(2,\,4,\,6,\,\ldots\,,\,200)}$.

ИКА◇2 (10 баллов). В слове «**таёжный**» разрешается переставить по циклу любые три (не обязательно соседние) буквы и одновременно поменять местами любые две из четырёх оставшихся букв. Сколько различных (не обязательно осмысленных) слов можно получить одним таким действием, по-разному выбирая тройку и пару переставляемых букв?

ИКА◇3 (10 баллов). Множество $M \subset \mathbb{R}$ состоит из всех бесконечных десятичных дробей, которые можно получить, переставляя цифры в десятичной записи числа $1/7$. Найдите точную верхнюю и точную нижнюю грани этого множества.

ИКА◇4 (10 баллов). Сколько существует различных чисел $x \in [0, \pi]$, таких что $x - \sin x$ является целым числом?

ИКА◇5 (10 баллов). Найдите все основания, для которых существуют числа, равные своему логарифму по этому основанию[1].

ИКА◇6 (10 баллов). Выразите площадь параболического сегмента на рис. 1 через основание a и высоту h.

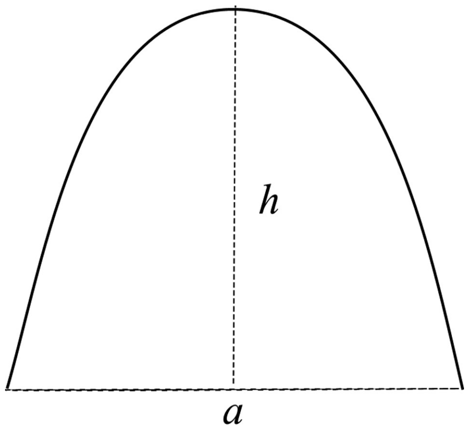

рис. 1

[1] область допустимых значений оснований логарифмов и чисел, которые можно логарифмировать, следует понимать так, как на вступительном экзамене