Графики и кривые

М18◇1. Функция $y = f(x)$ имеет график, изображённый на рис. 18 - 1. Нарисуйте (поточнее) графики функций: **а)** $2\,f(x)$; **б)** $f(2x)$; **в)** $f(x+2)$;
г) $f(x)+2$; **д)** $f(-x)$; **е)** $f(|x|)$; **ж)** $-|f(-|x|)|$;
з) $3 - f(x)$; **и)** $3\,f(x)+2$; **к)** $f\left((x-3)/2\right)$;
л) $f\left((x/2)-3\right)$; **м)** $3-2f(3-2x)$; **н)** $f\left(1/x\right)$.
о) $x\,f(x)$; **п)** $1/f(x)$; **р)** $1-\left|f\left((1-|x|)/3\right)\right|$;

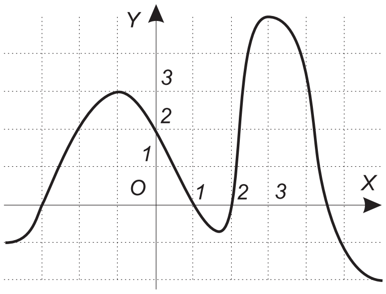

Рис. 18 - 1. График $y = f(x)$.

М18◇2. Выразите функцию $g(x)$ через функцию $f(x)$, если известно, что график g получается из графика f
а) параллельным переносом на вектор $(3,5)$;
б) гомотетией с коэффициентом 2 относительно O;
в) симметрией относительно оси OX;
г) симметрией относительно прямой $x=3$; **д)** симметрией относительно точки O;
е) сжатием в 2 раза к оси OY; **ж)** растяжением в 3 раза от прямой $y=-1$;
з) гомотетией с коэффициентом $-1/3$ относительно точки $(-3,2)$.

М18◇3. Постройте графики: **а)** $y=\dfrac{1}{x}$; **б)** $y=1-\dfrac{2}{x+1}$; **в)** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$; **г)** $y=\dfrac{2x+3}{2-3x}$;
д) $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, где $ad\neq bc$. **е)** $y=x^2$; **ж)** $y=3-2(x-5)^2$; **з)** $y=ax^2+bx+c$, где $a\neq 0$.

М18◇4. Опишите геометрическое место середин произвольного семейства параллельных хорд данной параболы.

М18◇5. Чтобы познакомиться с Машенькой, Вовочка стёр в её тетрадке оси координат у графиков **а)** $y=x^2$ **б)** $y=1/x$. Как Маше точно восстановить их циркулем и линейкой?

М18◇6. Множество всех решений (x,y) уравнения $\Phi(x,y)=0$ представляет собой кривую на рис. 18 - 2. Нарисуйте (поточнее) кривые, заданные уравнениями: **а)** $\Phi(x+2,y-1)=0$;
б) $\Phi(-x,-y)=0$; **в)** $\Phi(2x,y)=0$; **г)** $\Phi\left(x/2,2y\right)=0$;
д) $\Phi(y,x)=0$; **е)** $\Phi\left(|y|,x\right)=0$; **ж)** $\Phi(x+y,x-y)=0$;
з) $\Phi\left(\left(x\sqrt{3}-y\right)/2,\left(x+y\sqrt{3}\right)/2\right)=0$.

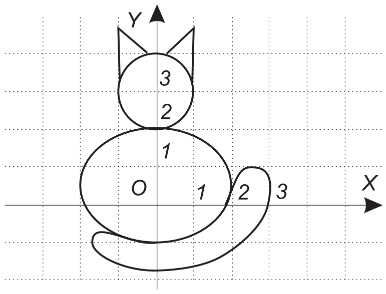

Рис. 18 - 2. Кривая $\Phi(x,y)=0$.

М18◇7. Напишите какое-либо уравнение, задающее кривую, получающуюся из показанной на рис. 18 - 2 кривой $\Phi(x,y)=0$:
а) параллельным переносом на вектор $(-2,3)$;
б) растяжением в 2 раза от оси OX;
в) симметрией относительно оси OY;
г) симметрией относительно прямой $y=-2$;
д) симметрией относительно начала координат;
е) гомотетией с коэффициентом 2 относительно начала координат;
ж) поворотом на 45° вокруг начала координат; **з)** сжатием в 3 раза к прямой $x=1$;
и) гомотетией с коэффициентом $-\frac{1}{3}$ относительно точки $(1,-1)$;
к) объединением кривой $\Phi(x,y)=0$ с графиком функции $y=f(x)$.

М18◇8. Нарисуйте кривые: **а)** $x^2-y^2=1$; **б)** $4\,x^2+9\,y^2=36$; **в)** $16\,x^2-25\,y^2=400$.

М18◇9. Напишите уравнение, задающее **а)** окружность радиуса 3 с центром в точке $(-5,2)$;
б) гиперболу $y=1/x$, сдвинутую и повёрнутую так, что её центр находится в точке $(-5,2)$, а асимптоты составляют углы в 45° с осью OX;
в) параболу $y=x^2$, сдвинутую и повёрнутую так, что её вершина находится в точке $(-1,-1)$, а ось идёт под углом 45° к оси OX.