Контрольная по теме «Векторы, площади, координаты и т. п. »

К2◇1. Найдите сумму $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$.

К2◇2. Дан прямоугольный $\triangle ABC$ с высотой CD, опущенной на гипотенузу. Найдите $|AC| : |BC|$, если $|AD| : |DB| = 7 : 4$.

К2◇3. В $\triangle OAC$ на стороне AC взяли точку B, так что $|AB| : |BC| = 2 : 5$.

а) Выразите $\overrightarrow{OC}$ через векторы $\overrightarrow{a} = \overrightarrow{OA}$ и $\overrightarrow{b} = \overrightarrow{OB}$.

б) Найдите отношение площадей четырёхугольников $OBFA$ и $OBGC$, где $\overrightarrow{OF} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ и $\overrightarrow{OG} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$.

К2◇4. Дан $\triangle ABC$. Постройте все точки P, такие что $\overrightarrow{PA} + 2\,\overrightarrow{PB} + 3\,\overrightarrow{PC} = 0$.

К2◇5. Нарисуйте ГМТ (x, y), удовлетворяющих уравнению:

а) $2\,x - 3\,y = 1$ **б)** $x + y = -2$ **в)** $3\,y - 2\,x = 5$

и найдите кратчайшее расстояние между каждыми двумя из этих трёх фигур.

К2◇6. Напишите уравнение прямой[1]:

а) параллельной вектору $(3, -4)$ и находящейся на расстоянии 5 от начала координат;

б) перпендикулярной вектору $(1, 2)$ и проходящей через точку $(1, 3)$;

в) симметричных прямой $x - 2y = 4$ относительно прямой $y = x$.

К2◇7. Найдите расстояние от прямой $59\,y = 227\,x$ до ближайшей к ней (но не лежащей на ней!) точки с целыми координатами или докажите, что такой точки не существует[2].

---

[1] если имеется несколько таких прямых, то необходимо написать уравнение *для каждой* из них

[2] в принципе, ближайших точек может быть несколько; несуществование же ближайшей точки означает, что можно найти точку с целыми координатами, лежащую *сколь угодно близко* к прямой